

به نام خدا

در جلسه قبل به توضیح درباره روشهای حل مساله دادیم و راهبرد رسم شکل و الگوسازی رو معرفی کردیم. این جلسه سه تا دیگه از راهبردهای حل مساله رو معرفی می‌کنیم:

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

در این راهبرد باید به صورت مساله توجه کنیم و با استفاده از اطلاعاتی که صورت سوال بهمون میده حالت‌های نامطلوب و نادرست رو کنار بذاریم.

پس اول، همه حالت‌های جواب رو در نظر می‌گیریم، بعد از اون حالت‌های نامطلوب رو حذف می‌کنیم.

برای پیدا کردن همه حالت‌های جواب می‌تونیم از راهبرد الگوسازی استفاده کنیم. با هم به سوال حل می‌کنیم تا بیشتر متوجه بشید:

مجموع سن ۳ نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها ۷۰ سال است. سن بزرگترین نفر چقدر است؟

خب اولین کاری که باید بکنیم اینه که سن اون سه نفر رو به دست بیاریم تا از بین اونها بزرگترین رو پیدا کنیم.

اطلاعاتی که مساله بهمون میده دو قسمته:

اول اینکه مجموع سن این سه نفر ۱۴ ساله

دوم اینکه حاصلضرب سنشون ۷۰ میشه

در گام اول فقط از اطلاعات قسمت اول استفاده می‌کنیم، دنبال سه تا عدد میگردیم که مجموعشون ۱۴ بشه. یه جدول می‌کشیم و همه این حالتها رو می‌نویسیم:

عدد سوم	عدد دوم	عدد اول
۱۲	۱	۱
۱۱	۲	۱
۱۰	۳	۱
۹	۴	۱
۸	۵	۱
۷	۶	۱
۱۰	۲	۲
۹	۳	۲

عدد سوم	عدد دوم	عدد اول
۸	۴	۲
۷	۵	۲
۸	۳	۳
۷	۴	۳
۶	۵	۳
۶	۴	۴
۵	۵	۴

تا اینجا ما یه جدول داریم که همه اعدادی که مجموعشون ۱۴ میشه رو داخل اون نوشتیم.

به نظرتون این عدد ا جواب سواله؟ قطعاً نه!

چون سوال ما دو قسمت داشت و در قسمت دوم گفته بود ضرب این سه تا عدد باید ۷۰ بشه، پس حالت‌های نادرست و نامطلوب ما چیا میشه؟

**توی این جدول هر سه عددی که حاصلضربشون ۷۰ نشه نامطلوبن!**

سطر اول رو ببینید: سه تا عدد ۱ و ۱ و ۱۲، درسته که این سه تا مجموعشون ۱۴ شده ولی آیا حاصلضربشون برابر هفتاده؟ نه! پس این یه حالت نامطلوبه.

باید همه حالت‌های نامطلوب رو مشخص کنیم، بنابراین یه ستون به جدولمون اضافه می‌کنیم و جلوی هر سطری که نامطلوب بود علامت  $\times$  می‌ذاریم:

عدد اول	عدد دوم	عدد سوم	
۱	۱	۱۲	$\times$
۱	۲	۱۱	$\times$
۱	۳	۱۰	$\times$
۱	۴	۹	$\times$
۱	۵	۸	$\times$
۱	۶	۷	$\times$
۲	۲	۱۰	$\times$
۲	۳	۹	$\times$

عدد اول	عدد دوم	عدد سوم	
۲	۴	۸	$\times$
۲	۵	۷	
۳	۳	۸	$\times$
۳	۴	۷	$\times$
۳	۵	۶	$\times$
۴	۴	۶	$\times$
۴	۵	۵	$\times$

همینطور که می‌بینید همه حالت‌ها نامطلوب بودن، بجز حالتی که اعداد ۲ و ۵ و ۷ بودن. فقط این سه تا عددن که جمعشون ۱۴ میشه و ضربشون ۷۰. حالا صورت سوال بزرگترین این سه تا عدد رو خواسته که میشه ۷.

## راهبرد الگویابی

رسیدیم به راهبرد الگویابی 😊. راهبرد الگویابی چه و چه جاهایی به ما کمک می‌کند؟  
الگویابی یعنی با توجه به اعداد یا شکل‌هایی که به‌همون داده شده، به الگو رو تشخیص بدیم  
و با استفاده از اون الگو، ادامه‌ی عددها و شکلها رو بنویسیم.

کشف الگو به ما کمک می‌کند تا بتونیم مساله رو راحت‌تر حل کنیم. این راهبرد توی  
مساله‌هایی کاربرد داره که بین شکلها و عددها رابطه فاضی وجود داشته باشه.  
توی ریاضی دو تا الگوی عددی مهم به اسم الگوی حسابی و الگوی هندسی داریم، در  
ادامه با دو تا مثال این الگوها رو معرفی می‌کنیم.  
مثال:

سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید، رابطه بین عددها را توضیح دهید.

.....، ۱۳، ۱۰، ۷، ۴، ۱

برای اینکه ادامه عددها رو بنویسیم باید ببینیم چه ارتباطی بین عددها وجود داره.  
دو تا عدد اول رو مقایسه می‌کنیم. ۱ به ۴ تبدیل شده، چه اتفاقی ممکنه افتاده باشه؟

حالت اول: ۱ در ۴ ضرب شده

حالت دوم: ۱ با ۳ جمع شده

حالا بررسی می‌کنیم تا ببینیم کدوم یکی از این دو حالت صحیه.

بررسی حالت اول:

آگه ۱ در ۴ ضرب شده باشه، برای به دست آوردن عدد سومون، باید ۴ هم در ۴ ضرب بشه یعنی ۱۶، ولی سومین عدد ما ۱۶ نیست، بنابراین حالت اول درست نیست.

بررسی حالت دوم:

آگه ۱ با ۳ جمع شده باشه برای به دست آوردن عدد سوم، باید ۴ با ۳ جمع بشه، یعنی عدد سوم باید ۷ باشه، که هست!

برای اینکه مطمئن شیم آگه رو درست درس زدیم یا نه، عدد بعدی رو هم به دست میاریم یعنی ۷ رو با ۳ جمع می‌کنیم که ۱۰ میشه.

پس می‌فهمیم آگه رو درست درس زدیم، یعنی هر عدد با اضافه شدن ۳ به عدد قبلی به دست میاد. پس آگه رو ادامه میدیم:

۱، ۴، ۷، ۱۰، ۱۳، ۱۶، ۱۹، ۲۲

الگویی که در اینجا دیدیم، یه الگوی حسابی بود. در الگوی حسابی برای سافت هر جمله، جمله قبلی رو با یه عدد ثابت جمع (یا کم) می‌کنیم.

عدد ثابت در اینجا ۳ بود و ما برای سافت هر جمله جدید، باید جمله قبلی رو با عدد ۳ جمع می‌کردیم.

مثال بعد:

۶۴، ۳۲، ۱۶، ۸، ....

عدد ۶۴ به ۳۲ تبدیل شده، دو حالت ممکنه اتفاق افتاده باشه:

حالت اول: از ۶۴ عدد ۳۲ کم شده باشه

حالت دوم:  $64$  بر  $2$  تقسیم شده باشد

چک می‌کنیم ببینیم کدام حالت درست

بررسی حالت اول:

اگر حالت اول درست باشد، یعنی هر عدد با کم شدن عدد  $32$  از عدد قبل به دست آمده باشد، عدد سوم ما باید  $0$  باشد که اینطور نیست. پس این حالت درست نیست.

بررسی حالت دوم:

اگر حالت دوم درست باشد، یعنی  $64$  بر  $2$  تقسیم شده شده و  $32$  به دست آمده. پس برای به دست آوردن عدد سوم هم باید  $32$  رو بر  $2$  تقسیم کنیم که میشه  $16$  و سومین عدد الگوی ما هم همینها، پس متوجه میشیم که این حالت صحیح.

بنابراین در این الگو، هر عدد با تقسیم شدن عدد قبلی بر  $2$  به دست می‌آید. پس الگو رو به صورت زیر ادامه می‌دهیم:

$1, 2, 4, 8, 16, 32, 64$

الگویی که در اینجا دیدیم، یک الگوی هندسی بود. در الگوی هندسی برای سافت هر جمله، جمله قبلی رو در یک عدد ثابت ضرب می‌کنیم.

عدد ثابت در اینجا  $\frac{1}{2}$  بود و ما برای سافت هر جمله دیدیم، باید جمله قبلی رو در عدد  $\frac{1}{2}$  ضرب می‌کردیم.

الگوهای عددی همیشه حسابی یا هندسی نیستن و باید نمودن بتونیم ارتباط بین جملات رو پیدا کنیم. مثال بعد رو با هم ببینیم:

۱، ۴، ۹، ۱۶، ....

این مثال رو نمی‌تونیم با روشهای بالا حل کنیم (خودتون امتحان کنید 😊).

پس چکار کنیم؟ باید فکر کنیم و بینیم جملات این الگو چه خصوصیتی دارن.

جملات الگو رو می‌تونیم به صورت زیر بنویسیم:

$1 \times 1$ ،  $2 \times 2$ ،  $3 \times 3$ ،  $4 \times 4$ ، ....

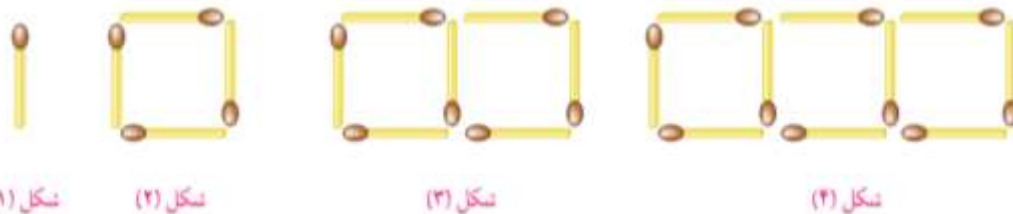
خب حالا ارتباط بین جملات واضح شد. پس سه تا جمله بعدی این رابطه به صورت

زیره:

$5 \times 5$ ،  $6 \times 6$ ،  $7 \times 7$

مثال بعد:

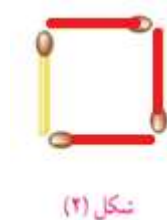
شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟ چرا؟



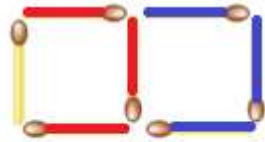
شکل اول چند چوب کبریت داره؟ یکی

برای اینکه شکل دوم ساخته بشه چند تا چوب کبریت اضافه کردیم؟ ۳ تا (چوب

کبریتهایی که با رنگ قرمز نشون داده شدن)

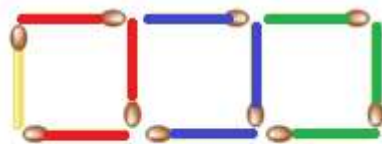


برای ساخت شکل سوم چند تا به شکل دوم اضافه کردیم؟ باز ۳ تا (چوب کبریتهایی که با رنگ آبی نشون داده شدن):



شکل (۳)

برای ساخت شکل چهارم چند تا به شکل سوم اضافه کردیم؟ باز ۳ تا (چوب کبریتهایی که با رنگ سبز نشون داده شدن):



شکل (۴)

اگه بفوایم مطالب گفته شده رو با عدد بنویسیم به صورت زیر همیشه:

$$\text{شکل اول} = 1$$

$$\text{شکل دوم} = 1 + 3$$

$$\text{شکل سوم} = 1 + 3 + 3$$

$$\text{شکل چهارم} = 1 + 3 + 3 + 3$$

اگه به این شکلهای فرمولها دقت کنیم می بینیم که در هر مرحله ۳ تا چوب کبریت اضافه شده. بنابراین اگه ما بفوایم تعداد چوبهای شکل پنجم رو بنویسیم، باید ۳ تا به چوبهای شکل چهارم اضافه کنیم. به صورت زیر:

$$\text{شکل پنجم} = 1 + 3 + 3 + 3 + 3$$



حالا سوال از ما تعداد چوبهای شکل دهم رو فواسته. دو تا راه برای جواب دادن به این سوال داریم:

راه اول اینکه همین الگو رو ادامه بدیم (یعنی سه تا سه تا اضافه کنیم) تا به شکل دهم برسیم.

این راه ساده‌ای هست ولی یه مشکل داره:

اگه تعداد چوب کبریت‌های شکلهای بالاتر (مثلا شکل صدم) رو از ما بپوان ، هم حل کردنمون طولانی میشه و هم احتمال اشتباه کردنمون بالا میره، چون باید واسه صد تا شکل عدد بنویسیم.

راه دوم و درست‌تر اینکه بین شماره شکلهای ۳ هایی که اضافه شده یه ارتباط درست پیدا کنیم یه بار دیگه تعداد چوبها رو بینیم:

$$\text{شکل اول} = 1$$

$$\text{شکل دوم} = 1 + 3$$

$$\text{شکل سوم} = 1 + 3 + 3$$

$$\text{شکل چهارم} = 1 + 3 + 3 + 3$$

$$\text{شکل پنجم} = 1 + 3 + 3 + 3 + 3$$

اگه دقت کنیم می‌بینیم که تعداد عددهای ۳ در هر مرحله، یکی کمتر از شماره‌ی شکل هست. یعنی چی؟

یعنی در شکل شماره ۱، صفر تا ۳ داریم.

در شکل شماره ۲، یکی تا ۳ داریم.

در شکل شماره ۳، دو تا ۳ داریم و ....

پس می‌فهمیم که در هر مرحله تعداد ۳ ها، یکی کمتر از شماره شکل هست. یعنی:

$$\text{تعداد پوچها در هر شکل} = 1 + \underbrace{(3 - 1)}_{\text{تعداد عدد های ۳}} \times 3$$

پوچ کبریت اول

حالا که می‌فوییم تعداد پوچهای شکل دهم رو به دست بیاریم، کافیه به جای شماره‌ی شکل، عدد ۱۰ رو قرار بدیم:

$$\begin{aligned} \text{تعداد پوچها در دهمین شکل} &= 1 + (10 - 1) \times 3 \\ &= 1 + (9 \times 3) = 1 + 27 = 28 \end{aligned}$$

راهبرد درس و آزمایش

بعضی وقتا یه راه حل ثابت و مشخص واسه حل یه مساله وجود نداره و ما باید با درس و آزمایش جواب رو به دست بیاریم.

یعنی درس بزنیم و بعد درسمون رو آزمایش کنیم ببینیم درسته یا نه و آگه می‌تونیم به سمت جواب درست حرکت کنیم.

مثال:

۲۰ دستگاه دوپرفه و سه پرفه در یک پارکینگ وجود دارد. اگر تعداد کل پرخ‌های آنها ۴۵ عدد باشد چند دوپرفه و چند سه پرفه وجود دارد؟  
میایم به درس میزنیم:

### درس ۱:

۱۰ عدد دوپرفه و ۱۰ عدد سه پرفه در پارکینگ داریم.

### آزمایش درس ۱:

۱۰ تا دوپرفه داریم، پس دوپرفه‌ها ۲۰ تا پرخ دارن.

۱۰ تا سه پرفه داریم یعنی اینا هم ۳۰ تا پرخ دارن.

پس مجموع پرخها برابر میشه با  $۲۰ + ۳۰ = ۵۰$ .

درسمون درست بود؟ نه! چون آگه درست بود باید مجموع پرخها ۴۵ میشد.

حالا باید فکر کنیم ببینیم تعداد دوپرفه‌ها رو باید کمتر کنیم یا تعداد سه پرفه‌ها رو؟

آگه ما تعداد سه پرفه‌ها رو بیشتر کنیم، تعداد پرخها باز ۴ بیشتر میشه

پس باید تعداد سه پرفه‌ها رو کم کنیم و تعداد دوپرفه‌ها رو بیشتر.

بریم سراغ درس بعدی:

### درس ۲:

۱۱ عدد دوپرفه و ۹ عدد سه پرفه

### آزمایش درس ۲:

تعداد پرخها رو مناسبه می‌کنیم:

$$(9 \times 3) + (11 \times 2) = 49$$

مردمون درست نبود ولی به جواب نزدیکتر شدیم. پس برای درس بعدی باز هم تعداد سه پرفه ها رو کمتر می‌کنیم.

درس ۳:

۱۵ عدد دو پرفه ، ۵ عدد سه پرفه

آزمایش درس ۳:

تعداد پرفه‌ها رو مناسبه می‌کنیم:

$$(5 \times 3) + (15 \times 2) = 45$$

این درس درست بود و جواب به دست اومد.

پس تعداد دو پرفه‌ها ۱۵ و تعداد سه پرفه‌ها ۵ تا س

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

[www.riazibaham.ir](http://www.riazibaham.ir)

و کانال‌های @RiaziBaHam و @RiaziBaHam7

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها ، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتثانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.